

Problemas de Decidibilidad

Carlos Muñoz Sandoval

Universidad de Concepción

Luego de que se formalizara el concepto de algoritmo en los años treinta, se pudo demostrar que la teoría de primer orden del semi-anillo \mathbb{N} de los números naturales es indecidible: *no existe un algoritmo que tome como entrada un enunciado de aritmética y que responda, después de finitos pasos, si o no dicho enunciado es cierto en \mathbb{N}* . En los siguientes años se trabajó en estudiar la decidibilidad de la teoría de nuevos anillos y fue Julia Robinson en 1959 quien resuelve el problema para extensiones finitas de \mathbb{Q} [3]. Un par de años más tarde, nuevamente J. Robinson realiza un significativo aporte para anillos de enteros algebraicos totalmente reales [2] y fue en este último trabajo en el cual nos basamos para adaptar sus ideas y así obtener nuevos ejemplos de anillos con teoría indecidible (generalizando un resultado de Castillo [1], Vidaux y Videla [4]).

- [1] Marianela Castillo, *On the Julia Robinson Number of Rings of Totally Real Algebraic Integers in Some Towers of Nested Square Roots*, Doctoral thesis, Universidad de Concepción (2018). [↑1](#)
- [2] Julia Robinson, *On the decision problem for algebraic rings*, Studies in mathematical analysis and related topics, 1962, pp. 297–304. [↑1](#)
- [3] ———, *The undecidability of algebraic rings and fields*, Proc. Amer. Math. Soc. **10** (1959), 950–957, DOI 10.2307/2033628. [↑1](#)
- [4] Xavier Vidaux and Carlos R. Videla, *Definability of the natural numbers in totally real towers of nested square roots*, Proc. Amer. Math. Soc. **143** (2015), no. 10, 4463–4477, DOI 10.1090/S0002-9939-2015-12592-0. [↑1](#)